Р.А. Симонов, д.и.н., Москва

ДРЕВНЕРУССКИЕ ЧИСЛОВЫЕ «ЭМБЛЕМЫ»*

1. Древнерусские «буквенные» цифры: эмблематический облик больших чисел.

Первоначально, в X–XI вв. древнерусская «буквенная» нумерация совпадала со знаками византийской цифровой системы. Последняя состояла из 24 букв греческого классического алфавита и трех дополнительных знаков «эписем» (обозначавших 6, 90, 900). В ней первые 9 знаков выражали единицы, еще 9 — десятки, а последние 9 — сотни, итого 9x3=27. Тысячи передавались знаками единиц с дополнительными «хвостиками». Почти все знаки византийской нумерации совпадали с буквами кириллицы, которая также базировалась на 24-буквенном греческом алфавите, дополненном славянскими буквенными начертаниями. В древнерусской цифровой системе, состоящей из 27 знаков, три «эписемы» (6, 90, 900) первоначально не имели аналогов в кириллице. «Обрусение» византийской нумерации началось в XI–XII вв., когда младшая эписема (6), подобная по начертанию латинской S, заняла место кириллической буквы «зело» и навсегда ее вытеснила. Старшая эписема «сампи» (900), имевшая вид треножника, заменилась сходным по начертанию «юсом малым». Только один знак не использовался у греков, южных славян или русских в качестве буквы — это средняя эписема «коппа» (90), в греческой традиции имевшая вид зеркально отображенного вопросительного знака. В древнерусской традиции «коппа» утратила верхнее закругление и приобрела облик, похожий на современную печатную букву «че», но без выступающей правой стойки. Впоследствии, с XVI в. древнерусская «коппа» по графике все больше стала напоминать букву «че», затем стала от нее неотличимой. С появлением печатных русских книг и по сию пору «коппа» — 90 передается литерой «че». Таким образом, начертание «коппы» в средневековой письменности может служить своего рода «этнической» приметой, показывающей, к какой национальной традиции восходит текст. У греков и южных славян «коппа» — имела классический облик, а у русских похожий на букву «че».

«Цифровые алфавиты» — наиболее массовые древнерусские математические документы. Они отражают динамику изменений в начертании цифр и фиксируют отличия от «буквенных алфавитов» — аналогичных пособий для обучения письму и чтению. По «буквенным алфавитам» нельзя обучаться счету, а по «цифровым алфавитам» — письму и чтению, так как в них разное количество и иной порядок знаков. «Буквенных алфавитов» сохранилось больше, чем «цифровых», и они древнее. Так, одна

* Работа выполнена при поддержке РГНФ, гранты № 98-03-04205, № 98-03-04227.

из древнейших берестяных грамот XI в. является «буквенным алфавитом».

Сохранившиеся фрагменты и полные тексты «цифровых алфавитов» относятся к более позднему времени — к концу XIII–XIV и последующим векам. Отсюда следует, что не все, кто умел читать и писать в домонгольской Руси, так же хорошо разбирались в числах. Значит, обучение счету не было широко распространенным, а как бы элитарным. При этом арифметическая культура могла быть достаточно развитой и продвинутой.

Одним из проявлений «русификации» византийских цифр была разработка знаков типа круговых «эмблем» для больших чисел. По-видимому, в XI в. появилось для десятков тысяч, по- древнерусски «тем», обозначение в виде сплошной окружности. В XII в. Кирик Новгородец (1136 г.) уже употреблял для выражения сотен тысяч, по-древнерусски «легионов», окружность из точек. С XIV–XV вв. для записи миллионов, по-древнерусски «леодоров» использовалась окружность из расходящихся лучей.

В рукописной «Псалтыри с восследованием» кон. XV–нач. XVI вв., хранящейся в Российской государственной библиотеке, г. Москва (далее РГБ) (1, л. 659 об.), приводятся три оригинальных цифровых обозначения. Встречаются они или очень редко или только в этом случае (2, с. 130–132). Знаки состоят из центральной части и нескольких кольцевых элементов. Первое изображение содержит в центре букву «аз» с тысячным «хвостиком», что значит 1000. Центр сначала обведен сплошной окружностью, обозначавшей 10 тысяч (тма), а затем окружностью из расходящихся лучей, обозначавшей миллион (леодор). Следующей, завершающей окружностью является надпись: «тысяща темъ леодооровъ». Она словесно выражает описанные обозначения, то есть соответствует сложной структуре знака — каждому ее слову отвечает соответствующее обозначение больших чисел: тысяча, тма и леодор. Знак передает очень большую величину, равную 10-ти в 13-ой степени (1000x10000x1000000).

Второе обозначение в центре содержит «рцы» (100) с тысячным хвостиком, что значит 100 тысяч. Центр обведен сплошной окружностью и окружностью из лучей. Внешняя круговая надпись такова: «сто тысящь темь леодооро(въ)». Надпись отражает сложную структуру знака, каждому ее слову соответствует свое обозначение больших чисел — сто тысяч, тма и леодор. Знак выражает еще бóльшую величину, равную 10-ти в 15-ой степени (100000x10000x1000000).

Третье обозначение имеет на одну концентрическую окружность больше. В его центре находится «аз» с тысячным «хвостиком», обведенный сплошной окружностью (тма), точечной окружностью (легион) и окружностью из лучей (леодор). Внешняя надпись такова: «тысяща темь легионо(въ) леодооровъ». Надпись отражает сложную структуру знака, каждому ее слову соответствует свое обозначение больших чисел — тысяча, тма, легион и леодор. Знак выражает огромное число, равное 10-ти в 18-й степени (1000x10000x100000x1000000).

Начала круговых надписей находятся слева вверху. Форма надписей первых двух знаков не строго круговая. А напоминает скругленный квадрат.

Конец каждой надписи впритык подходит к ее началу. Это показывает, что древнерусский книжник производил черновые прикидки прежде, чем сделать окончательный вариант надписи, или что данный текст — копия более древнего подлинника. Знаки по оформлению надписей отдаленно напоминают русский золотой «корабельник», отчеканенный при Иване III в 1471–1490 гг. (3, с. 68), на котором легенда давалась по кругу монеты, с ее края (с обеих сторон). На металлических печатях XV в., которые привешивались к документам, надписи преимущественно делились на строки, но имелись и круговые, как на «корабельнике» (4, № 474, 591, 592 и др.). При оформлении надписей анализируемых числовых знаков использовалось выносное написание букв под титлом: у второго знака в конце надписи, у третьего — примерно в середине. На монете или печати такой метод записи путем выносных не осуществим, так как выносная буква оказалась бы за пределом самой монеты или печати. По-видимому, на оформление круговых надписей рассматриваемых цифровых знаков в основном повлияла концентрическая форма обозначений больших чисел (тмы, легиона, леодора), но нельзя исключать и того, что при этом также сказалась эстетика круговых надписей на монетах и печатях XV в.

Три комбинированных числовых знака входят в состав «цифрового алфавита», замыкая его. Графика «буквенных» цифр в нем соответствует XV в.: «буквенная» шестерка имеет вид латинского «эс», «цы» употребляется в значении 900, тысячный «хвостик» содержит одно перечеркивание: типичные для домонгольской Руси два названия больших чисел (тма, легион) дополнены третьим — леодор, появившимся в кон. XIV-XV вв. Наименование миллионного разряда в основной части «цифрового алфавита» передано словом «леод(о)ры» с «омегой» и выносным «д», к мачте которого с правой стороны «привешено» закругление, возможно, являющееся следом буквы «о». Оба варианта «леодор» и «леодр» типичны для древнерусской письменной практики. Однако указанное слово в комбинированных знаках записано иначе: «леодоор». Причем первое «о» также передается «омегой» в первых двух сложных знаках, в третьем эта буква пропущена. В передаче удвоенного «о» второй буквой идет «омега» — во всех трех случаях. Следовательно, протяженный вариант «леодоор» является новшеством по сравнению с обычной записью «леод(о)р», представленной в основной части «цифрового алфавита». Расхождение в записи миллионного разряда говорит о следующем. Комбинированные числовые знаки, очевидно, конструировались отдельно от «цифрового алфавита» ЧЕЛОВЕКОМ, КОТОРЫЙ ПРОИЗНОСИЛ МИЛЛИОННЫЙ РАЗРЯД ПРОТЯЖЕННО — «ЛЕОДООР», что является его личной характерной особенностью. Этим он как бы «расписался» на своем математическом изобретении. Затем комбинированные знаки были присоединены к «циф-ровому алфавиту», но без унификации записи миллионного разряда (из чего следует, что ранее они существовали по отдельности). В сохранившемся виде основной цифровой текст и три комбинированных знака написаны одним почерком кон. XV — нач. XVI вв., что может говорить о переписке этого математического документа с более раннего текста XV века.

Каково значение вновь обнаруженных числовых знаков для науки? Они являются принципиально новым типом изображений гигантских чисел, соответствующих 10-ти в 13-й, 15-й и 18-й степенях. До сих пор не было известно, чтобы в столь раннее время, до начала XVI в. на Руси могли проявлять интерес к числам такой огромной величины и, более того, уметь правильно их выражать. В русских арифметиках типа «Цифирной счетной мудрости» (далее ЦСМ), которые появились, по-видимому, не ранее 1520 г. (5, с.3–28), указывается, что в случае необходимости, когда счет превышает миллионы («леодоры»), «смотри же и другаго великого числа, колико то будет великой счот». В «другом великом числе» «тма» равнялась не 10 тысячам, а «тысяче тысячей», то есть 10-ти в 6-й степени, «легион» был равен «тме тем», то есть 10-ти в 12-ой степени, «леодор» — «легиону легионов», то есть 10-ти в 24-й степени (6, л. 215). В результате дополнения и редактирования ЦСМ статья о «другом великом числе» в XVII в. была дополнена новыми данными — о «вороне» как «леодре леодров» (10-ти в 48-й степени) и «колоде» как «десяти воронах» (10-ти в 49-й степени). А. П. Юшкевич отмечал, «что с двоякими значениями названий высших десятичных разрядов мы встречаемся и в древнекитайском и в западноевропейском счете, который также начал обогащаться на исходе средних веков новыми числительными» (7, с. 13). Если русский счет «другим великим числом», появившийся не ранее 20-х гг. XVI в., является возможной данью западноевропейской моде, то рассматриваемые гигантские числа кон. XV– XVI вв. с ЦСМ не связаны. Они возникли до распространения ЦСМ и прямо не повлияли на изображение чисел в системе «другого великого числа».

Причина невостребованности комбинированных знаков в практике записи чисел, по-видимому, связана с их громоздкостью. Диаметр обнаруженных знаков превышает диаметр тмы (в том же «цифровом алфавите») в 3 - 4 раза. Это значит, что их площадь превосходит площадь тмы в 9-16 раз. Новые знаки были по площади в несколько раз больше старых. Чтобы их изобразить, надо затратить значительно больше времени и сил, чем того требовала существовавшая традиция записи больших чисел. Это должно было затруднять использование в практическом счете (делопроизводстве, торговле, книгописании, хронологии) новых числовых обозначений.

Обнаруженные знаки гигантских чисел расширяют представления об интересе к арифметическим знаниям на Руси. Считалось, что этот интерес был связан с прагматическими задачами счета чисел. Подверстание обозначений гигантских чисел к «цифровому алфавиту» говорит о том, что знаки эти воспринимались как цифровые. Но они не представляли собой законченной системы, выглядят как взятые наугад примеры. Вероятно, их надо толковать как интеллектуальные манипуляции с числами в области средневековой математики. Обозначения больших чисел в виде простых «эмблем» (сплошных, точечных, лучевых окружностей) стимулировали мысль в направлении разработки новых цифровых знаков на основе ком-

комбинирования старых. Тем самым «цифровой алфавит» кон. XV – нач. XVI вв. обрел качество текста научного характера, отражавшего развитие арифметических знаний о числах большой величины и способах их записи. Тогда как прежде «цифровые алфавиты» воспринимались преимущественно в качестве информационных или учебных произведений о «буквенных» цифрах.

По мнению историка русской мысли В. В. Милькова, в XV–XVI вв. на Руси происходит возрождение широких интеллектуальных устремлений, формируется тяга, в частности, к кирилло-мефодиевской традиции (8, с. 451). В содержание последней входило осознание важности календарно-ариф-метических знаний. Новый источник, открывающий неизвестную ранее страницу в истории древнерусской математики об интересе на Руси в XV–нач. XVI вв. к конструированию сложных эмблематических знаков гигантских чисел, подтверждает указанный тезис и раскрывает, в какой конкретно форме проявлялись устремления древнерусских интеллектуалов.

Конструирование знаков огромных чисел, по-видимому, не связано с церковной сферой интеллектуальной деятельности. Об этом как будто бы свидетельствует «конвой» текстов, сопровождающих рассматриваемый «цифровой алфавит». Через три листа от него в рукописи помещен уникальный комплекс таблиц, названный «По сему часы разумети дневные и ночные» (1, л. 663), представляющий собой астрологический «вечный календарь» (9, с. 54 - 69). Русская церковь относилась к астрологии с устойчивым осуждением, в разные периоды то усиливавшимся, то ослабевавшим. Поэтому астрологический «вечный календарь» связан своим происхождением, очевидно, с идеологией, альтернативной официальной церковной. Имеет ли конструирование знаков гигантских чисел отношение к этой «сокровенной» традиции, сказать трудно. Тем не менее комбинированные числовые знаки скорее имеют отношение к светской культуре, так как отсутствует какой-либо духовный контекст в их трактовке.

2. Совершенствование способа записи древнерусских чисел на основе круговых и прямоугольных «эмблем».

Возможно, Б. В. Гнеденко первым высказал мнение о существовании древнерусского счета под названием «малое число». Он писал: «Систем наименований чисел в славянском языке было две. Первая, так называемая малое число, не шла дальше миллиарда. Во вторую систему «коли прилучался великий счет и перечень», называвшуюся великим числом, а иногда числом великим словенским, входили числа до 10^{48}, а иногда даже до 10^{49}. После этого прибавлялось: «и боле сего несть человеческому уму разумети». Названия, употреблявшиеся в малом числе, переносились на великий счет, но с другим смыслом» (10, с. 18). Примерно о том же говорится в киевском четырехтомнике по истории отечественной математики: «Описанная система счисления называлась „малым числом" и не распро-

странялась на числа больше тысяч миллионов (10^9). Существовала также система, называвшаяся обычно «великим числом» (иногда — «великим словенским»), в которую входили числа до 10^{48}; 10^{49}. После этого говорили: «и более сего несть человеческому уму разумети» (11, с. 68). В известной книге А. П. Юшкевича несколько иначе характеризуется «малое число»: «Наряду с такой системой, иногда называвшейся „малым числом", существовала и другая — „великое число"» (7, с. 12). А. П. Юшкевич не высказывал уверенности по поводу справедливости названия «малое число». Говоря об этой системе как иногда называвшейся «малым числом», он как бы допускал, что это наименование могло быть историографическим, условно введенным исследователями.

Действительно, это так. Ибо в средневековых русских памятниках, «малое число» не встречается. В них употребляются два названия: «великое число» и «другое великое число»: «Знай же и то что есть р (то есть 100 — Р. С.). И. что есть — а (1000 — Р. С.). И что есть тма. И что есть легион и что есть леодр. Сто есть десятью і_. А тысяща есть сто сот (ошибка, в других списках ЦСМ: «десят сот» — Р. С.). А тма есть і тысящ. А легион есть і тем. А леодр есть і легионов. Смотри же и другаго великого числа, колико то будет великой счот. Сим числом не можеши его изрещи, и ты говори великим числом. Начало великому числу сице: десять десятков то есть сто. А десять сот, то есть тысяща. А тысяща тысящ, то есть тма. А тма тем, то есть легион. А легион легионов, то есть леодр. И более сего несть чел(ове)ческому уму разумети» (6, л. 215). Следовательно, «великое число» начинается со ста, а историографический счет «великим числом» это «другое великое число» («Смотри же и другаго великого числа»). Поэтому любой «цифровой алфавит» ЭТО ПО СУЩЕСТВУ СИСТЕМА ЗНАКОВ ДЛЯ СЧЕТА «ВЕЛИКИМ ЧИСЛОМ». Следовательно, «великое число» это не способ счета, возникший якобы на базе несуществовавшего счета «малым числом», а способ записи больших чисел, начиная со ста и до миллиона («леодра»). Числа бóльшей величины, чем миллионы, выражаются системами «другого великого числа».

Исторический процесс счета «великим числом», возможно, надо вести с момента освоения на Руси в X в. византийской «буквенной» нумерации, когда познакомились с особым знаком сотен. Затем в процессе расширения объема числовых записей был освоен способ записи тысяч с использованием особого «хвостика». По-видимому, с XI в. стала создаваться эмблематическая система круговых обозначений больших чисел. К началу XVI в. таких обозначений и наименований стало три: тма (10 тыс.), легион (100 тыс.) и леодр (млн.). Очевидно, не ранее 20-х гг. XVI в. появился первоначальный вариант западноевропейского учебника арифметики, по-русски известного как «Цифирная счетная мудрость». К этому времени в Западной Европе уже существовали системы записи больших чисел по степеням миллиона. Возможно, под этим влиянием в ЦСМ появились варианты «другого великого числа».

В ЦСМ были попытки конструирования обозначений больших чисел по типу «эмблем» на основе концентрических комбинаций из знаков десятичных разрядов вокруг буквы «еры». Таким, например, является знак, в центре которого находится «еры», обведенный последовательно сплошной, точечной и вторично сплошной окружностями (12, л. 2-2 об.). Возможно, знак соответствует «тме тем», то есть новому «легиону», которому в таком случае отвечает в изображении точечная окружность, как бы обрамленная сплошными окружностями. В древнерусских рукописях иногда встречаются сокращения слов «тма тем» (в смысле — очень много) в виде «еры», обведенного окружностью, и рядом расположенного «аза» также в окружности. Вероятно, изображение «еры» в окружности из письменной практики словесных сокращений и было распространено на цифровой знак «тма тем». Во всяком случае, рассмотренный в предыдущем разделе настоящей статьи способ конструирования цифровых знаков как комбинаций концентрических обозначений больших десятичных разрядов в счете «другим великим числом» не получил применения. Указанные попытки не привели к созданию счета «другим великим числом» с удобными числовыми обозначениями.

В XVII в. на базе круговых и прямоугольных «эмблем» был разработан вариант счета «другим великим числом», представленный в «цифровом алфавите», вписанном в рукописную «Арифметику» начала XVIII в. (13, л. 62 об.). В начале этого «цифрового алфавита» расположены 27 основных числовых знака с названиями: над разрядом единиц — «числа», десятков — «десятки», сотен — «сотни». Далее продублированы 27 основных «буквенных» цифр, рядом с ними слева поставлены знаки в виде «хвостиков» с двумя перечеркиваниями, а над этим цифровым рядом написано «тысящи». Таким образом, десятки и сотни тысяч здесь выражены не особыми знаками (сплошная окружность, окружность из точек), а известным по письменным источникам XVII–XVIII вв. способом придания тысячных «хвостиков» десяткам и сотням «буквенных» цифр. Самое интересное, чего еще не встречалось раньше, это шесть сплошных окружностей, внутри которых начертаны последовательно: «аз» (то есть единица в «буквенной» нумерации), «и» десятеричное (то есть десять), «рцы» (то есть сто), «аз» с тысячным «хвостиком» (то есть тысяча), «и» десятеричное с тысячным «хвостиком» (то есть десять тысяч), «рцы» с тысячным «хвостиком» (то есть сто тысяч). Над шестью знаками в окружностях написано «тмы». Следовательно, по обозначениям (сплошные окружности) и названию соответствующие числовые значения внутренних знаков нужно увеличить в десять тысяч раз. «Аз» в кружочке в рассматриваемом «цифровом алфавите» идёт за 900 тыс. («цы» с тысячным «хвостиком»), то есть обозначает миллион, а не десять тысяч. Итак, новая «тма» равна миллиону или «тысяче тысяч», что соответствует величине тмы в историографическом счете «другим великим числом»: «А тысяща тысящ, то есть тма» (6, л. 215).

Далее в рассматриваемом «цифровом алфавите» идут шесть сплошных окружностей, каждая из которых имеет по 8 перечеркиваний. Внутри расположены такие же шесть знаков, как в предыдущем случае. Над шестью знаками в окружностях с перечеркиваниями написано «легеоны». Обычно легеоны (или легионы) бывают обозначены окружностями из точек и равны 100 тыс. Здесь легеон равен 10-ти в 12-й степени, то есть «тме тем», как в историографическом счете «другим великим числом»: «А тма тем, то есть легион» (6, л. 215).

Далее в рассматриваемом «цифровом алфавите» идут шесть окружностей из 8 точек. Внутри расположены такие же шесть знаков, как в предыдущих двух случаях. Слева от знаков написано «леодры». Обычно леодры (или леодоры) обозначены окружностями из расходящихся лучей и соответствуют десятичному разряду миллионов. Здесь леодр равен 10-ти в 18-й степени, то есть «тме легеонов». В историографическом счете «другим великим числом» несколько иная структура: «А легион легионов, то есть леодр» (6, л. 215). Далее в рассматриваемом «цифровом алфавите» идут шесть прямоугольничков. Такое эмблематическое обозначение больших чисел встречается впервые. Внутри прямоугольничков расположены такие же шесть знаков, как в предыдущих трех случаях. Слева от знаков написано «во́роны» с ударением на первом «о». Обычно вороны обозначаются окружностями из крестиков или путем двух букв «како» по бокам основного знака и соответствуют разряду десятка миллионов. В данном случае ворон равен 10-ти в 24-й степени, то есть «тме леодров». В историографическом счете «другим великим числом» иная структура: «вран — леодр леодров» (7, с. 12).

Далее в рассматриваемом «цифровом алфавите» идут шесть прямоугольничков с внутренней дужкой слева. Такое эмблематическое обозначение больших чисел встречается впервые. Внутри прямоугольничков с дужками расположены такие же шесть знаков, как в предыдущих четырех случаях. Слева от знаков написано «коло́ды», с ударением на втором «о». Обычно колоды обозначаются скобками сверху или сверху и снизу от основного знака и соответствуют десятичному разряду ста миллионов. В данном случае колода равна 10-ти в 30-й степени, то есть «тме воронов». В историографическом счете «другим великим числом» «колода — десять воронов» (7, с. 12). Последний, шестой прямоугольничек с дужкой содержит внутри «рцы» с тысячным «хвостиком», что выражает «сто тысяч колод» или 10-ть в 35-й степени. Следующим в этой череде значений было бы число 10-ть в 36-й степени, но для него в рассматриваемом «цифровом алфавите» не указаны ни обозначение, ни наименование. Таким образом, источник подводит к введению следующих после колод еще больших чисел. Но этого не произошло. Завершает «цифровой алфавит» сводка основных наименований и «эмблем» больших чисел в следующей последовательности: «числа», «десятки», «сотни», «тысящи», «десят(ки)», «сотни», «тмы», «легео(н)», «леодр», «ворон», «колода».

Математическую основу описанного варианта счета «другим великим числом» составляет тма, равная «тысяче тысяч», то есть миллиону. Все остальные наименования (легеон, леодр, ворон, колода) являются степенями тмы — миллиона. Аналогичная структура наименований больших чисел была известна и в Западной Европе. Например, «во Франции в конце XV века вводятся термины: биллион, триллион, квадриллион и т. д. для степеней миллиона...» (7, с. 13). Как свидетельствует «цифровой алфавит» нач. XVIII в., в России пошли по другому пути. Здесь не стали придумывать новых названий числительных, а использовали существовавшие, сконцентрировав внимание на разработке системы с удобными эмблематическими обозначениями для практики записи чисел. Подводя итог, можно отметить, что в источниках пока выявлено три варианта «другого великого числа»:

1. Мало известный вариант, представленный в «Сборнике» 30-х гг. XVII в., поступившим в РГБ из частного собрания проф. И.К. Андронова (14, л. 1 - 1 об.). Здесь наименования больших чисел тма, легион, леодр являются степенями 10-ти в 5-й степени (Андроновский вариант) (15, с. 6-7).

2. Наиболее известный благодаря неоднократному упоминанию в историографии вариант, в котором наименования тма, легион, леодр и ворон были степенями числа два для основания 10-ти в 6-й степени; колода равнялась 10-ти воронам (историографический вариант).

3. Новый вариант в котором наименования больших чисел тма, легеон, леодр, ворон, колода являются степенями 10-ти в 6-й степени. Оптимальность этого варианта состоит в сочетании охвата прежними наименованиями огромных чисел до 10-ти в 35-й степени с возможностью удобного (не громоздкого) эмблематического их выражения (оптимальный вариант).

Когда ученые узнали о древнерусской системе «другого великого числа», они по достоинству ее оценили как выдающееся математическое достижение. Появилось понимание предыдущего состояния «буквенной» нумерации как «малого числа», противопоставляемого «великому числу». Отсутствующий в древнерусских источниках термин «малое число», возникший в историографии в качестве условного, затем закрепился как реально существовавший и со временем превратился в один из историко-математических мифов. Можно надеяться, что миф о «малом числе» теперь будет преодолен в результате обсуждения известных и вновь обнаруженных источников.

Вклад в исследование древнерусской нумерации внес Б. В. Гнеденко, который реконструировал полный состав историографического варианта «другого великого числа». В древнерусских памятниках столь подробное воспроизведение названий чисел от единицы до 10-ти в 49-й степени не встречается. Но такая работа, видимо, была под силу древнерусским математикам. Об этом свидетельствует проанализированный в настоящей работе «цифровой алфавит» кон. XV–нач. XVI вв. В состав представленных в нем конструкций трех больших чисел эмблематического облика

входят их названия: тысяща тем леодооров (10-ть в 13-й степени), сто тысящ тем леодооров (10-ть в 15-й степени), тысяща тем легионов леодооров (10-ть в 18-й степени). В перечне реконструированных названий древнерусских чисел Б. В. Гнеденко указал аналогичные варианты: тысяча тем леодров (10-ть в 33-й степени), сто тысяч тем леодров (10-ть в 35-й степени), тысяча тем легионов леодров (10-ть в 45-й степени) (10, с. 229). Значения одинаковых числительных не совпадают по причине различий в величине базовых тмы, легиона и леодра. Если бы Б. В. Гнеденко или какой-то другой ученый решил изобрести начертания чисел в системе «другого великого числа», то ему, очевидно, пришлось бы пойти по тому пути, которым шел древнерусский математик в XV в. — конструировать комбинированные знаки посредством концентрических образов: сплошных, точечных и лучевых. Громоздкость этих знаков, по-видимому, послужила одной из причин того, что были созданы лишь отдельные примеры, а формирование полной системы обозначений не осуществилось. Такая ситуация могла стимулировать разработку нового (третьего) варианта «другого великого числа», для которого была возможна простая эмблематическая система знаков без усложненных концентрических элементов. Уникальное значение «цифрового алфавита» нач. XVIII в. состоит в том, что он содержит полную систему цифровых обозначений такого рода.

В новом (третьем) варианте «другого великого числа» используются «эмблемы» больших числовых разрядов иного облика, чем в предыдущей русской нумерационной практике. Совпадает лишь обозначение тмы — сплошная окружность. Еще одно новшество: круговая форма знаков сохраняется для наиболее древних обозначений, сложившихся до XVI в. (тма, легеон, леодр). Причем знаки для легеонов и леодров переставлены: обычно легеон передавался окружностью из точек, а здесь такой облик имеет леодр. Легеон, наоборот, обозначен сплошной окружностью с перечеркиваниями. Аналогичная форма известна не для легеона, а леодра, хотя чаще последний обозначался окружностями из лучей. Примечательной особенностью является новый тип «эмблем» в виде прямоугольничков для больших чисел, появившихся в XVI–XVII вв. и имевших русские названия — ворон, колода. Следовательно, «цифровой алфавит» нач. XVIII в. является продуманным итоговым документом, отражающим исторический путь развития древнерусской нумерации более чем за семь веков — с X по нач. XVIII вв. В нем графикой чисел выделялись два периода — «древнерусский», с названиями числительных, происхождение и этимология которых до сих пор не ясны: их использование хронологически связано с периодом XI–XV вв. Указанные знаки в «цифровом алфавите» нач. XVIII в. имеют эмблематику круговой формы и этим как бы отделяются от «эмблем» прямоугольной формы. Прямоугольные знаки выражают «русский» период развития нумерации, с русскими названиями разрядов больших чисел (ворон, колода), использование которых локализуется периодом XVI–XVII вв.

3. Числовая эмблематика — показатель интеллектуализации древнерусской культуры.

Кроме исторического развития нумерации «цифровой алфавит» нач. XVIII в. отражает содержательные изменения, произошедшие в осмыслении числа древнерусскими математиками. Разработка наименований и эмблематических обозначений чисел велась во взаимной связи в рамках так называемого «великого числа», начинавшегося с десятичного разряда сотен. В XVI-XVII вв. возникло несколько вариантов сложных числительных в счете «другим великим числом», для которых отсутствовала полная система обозначений. Получалось, что на завершающей стадии «буквенной» нумерации произошел сбой, состоящий в том, что для системы «другого великого числа» древнерусские математики якобы не смогли решить проблему удобных обозначений. Новый «цифровой алфавит» нач. XVIII в. показывает, что такой вывод не имеет под собой оснований, что для счета «другим великим числом» была разработана простая и полная система обозначений на основе круговых и прямоугольных «эмблем».

Следовательно, до конца XVII – начала XVIII вв., пока функционировала древнерусская «буквенная» нумерация, велась творческая работа по ее совершенствованию. Рассматриваемый «цифровой алфавит» нач. XVIII в. характеризует заключительный этап в развитии способов выражения чисел в древнерусской письменной практике. Возвращаясь к мнению В. В. Милькова о том, что в XV–XVI вв. происходит возрождение кирилло-мефодиевских традиций, выражавшееся также в появлении интереса к интеллектуальным занятиям в области средневековой математики, следует уточнить, что этот интерес распространился и на XVII – нач. XVIII вв.

«Цифровой алфавит» из древнерусской рукописи конца XV – начала XVI вв. является уникальным из-за присоединенных к нему трех нигде более не встречающихся эмблематических обозначений гигантских чисел 10-ть в 13-й, 15-й и 18-й степенях. Примечательные цифровые знаки сконструированы на базе древнерусской «буквенной» нумерации, концентрических обозначений десятичных разрядов тма, легион, леодор и названий вновь образованных гигантских чисел. В результате получились структуры эмблематического облика, своей эстетикой напоминающие русские золотые монеты или вислые печати с круговыми надписями XV в. Громоздкость, очевидно, исключала возможность использования этих знаков декоративного облика для записи чисел в хозяйственных, хронолого-летописных или календарных целях. Их появление, по-видимому, не было обусловлено задачами счетной практики, а связано с теоретико-эстетическими интересами. До открытия этих комбинированных обозначений даже не стоял вопрос о существовании особого теоретико-эстетического направления в древнерусской математике. Теперь можно утверждать, что в XУ в. на Руси к числам подходили не только как к способам количественной характеристики явлений, но и как средствам своеобразной умственной игры для реализации интеллектуально-эстетических запросов.

Новые сложные числовые знаки не несли в себе никакого идеологического содержания. Вероятно, их появление следует рассматривать результатом деятельности древнерусских интеллектуалов, имевших наклонности к чисто умственным занятиям, для которых числовые знаки служили удобным способом реализации своих запросов. В этом свете комбинированные знаки гигантских чисел 10-ть в 13-й, 15-й и 18-й степенях свидетельствуют о существовании не сниженной, как считают некоторые ученые, а продвинутой интеллектуальности древнерусской культуры.

«Цифровой алфавит», вписанный в «Арифметику» нач. XVIII в., также является уникальным математическим документом. В нем представлен итоговый облик древнерусской «буквенной» нумерации на конец XVII–начало XVIII вв., перед переходом на современную индоарабскую цифровую систему. Обобщенные данные о «буквенной» нумерации до настоящего времени не были обнаружены. О ее состоянии судили по письменным памятникам XVI–XVII вв., главным образом по спискам «Цифирной счетной мудрости». Но эти сведения не обладали необходимой полнотой. Из-за этого считалось, что была разработана только одна система «другого великого числа» (историографическая), доводящая числительные до огромного числа 10-ть в 49-й степени (колода), но не обладавшая данными для компактной записи чисел, пригодной в хозяйственных, хронологических или календарных целях. Получалось, что древнерусские математики придумали числовую систему, бесполезную для практики счета. «Цифровой алфавит» нач. XVIII в. показывает, что для создания оптимального варианта «другого великого числа» была использована система круговых и прямоугольных «эмблем», а также существовавшая практика записи больших чисел путем придачи тысячного «хвостика» не только «буквенным» единицам, но десяткам и сотням. В результате сложилась стройная и удобная система записи чисел, построенная по степеням миллионов, с максимальной величиной 10-ть в 35-й степени и принципиальной возможностью выражения чисел любой величины путем введения новых числовых наименований. Поэтому «цифровой алфавит» нач. XVIII в. является исключительно ценным математическим документом, свидетельствующим не об угасании, а нарастании мощи интеллектуальной результативности в этой специфической области математики, которая уходила своими корнями D X в. Обнаруженный математический документ нач. XVIII в. свидетельствует о значительности интеллектуального потенциала русской культуры на протяжении всей средневековой поры и петровского времени, X – начала XVIII вв.

Состояние повышенной интеллектуальности, представленное в рассмотренных математических документах, по-видимому, можно считать несомненным. Следует ли из этого вывод о высоком уровне интеллектуальности всего древнерусского общества? Для положительного ответа (если не для всего, то какой-то части общества) необходимо учесть феномен востребуемости отраженных в рассмотренных документах знаний, с учетом массовости распространения «цифровых алфавитов».

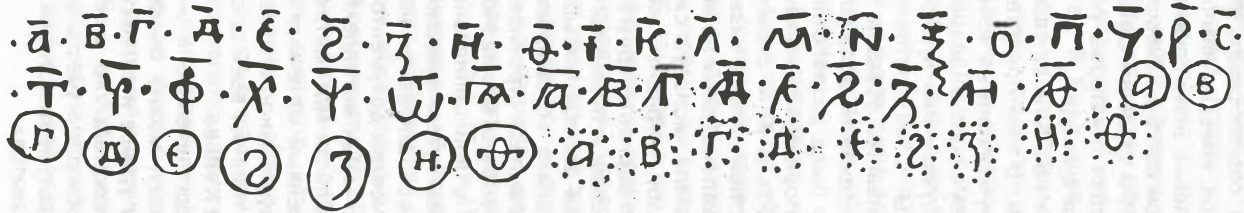

Рис. 1. «Цифровой алфавит» из «Синайского апостола» конца XIII – нач. XIV вв. с простыми круговыми «эмблемами» десятков и сотен тысяч.
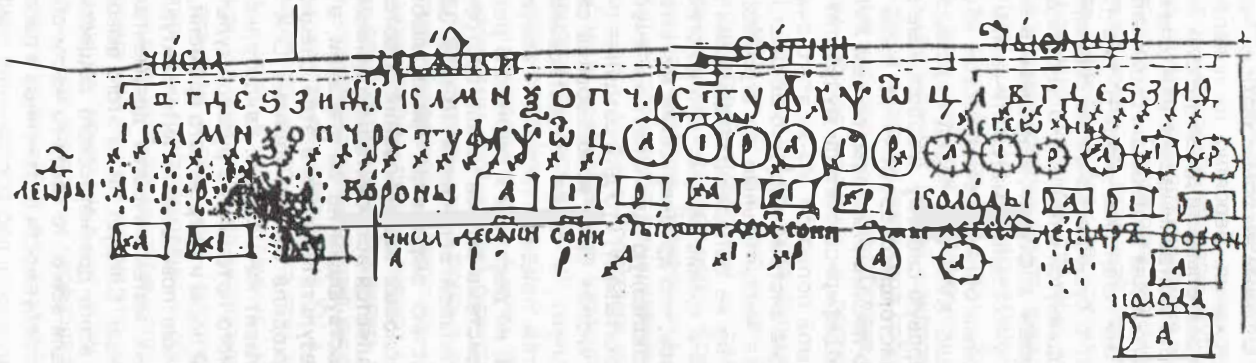
Рис. 3. «Цифровой алфавит» счета «другим великим числом» начала XVIII в. с использованием круговых и прямоугольных «эмблем».

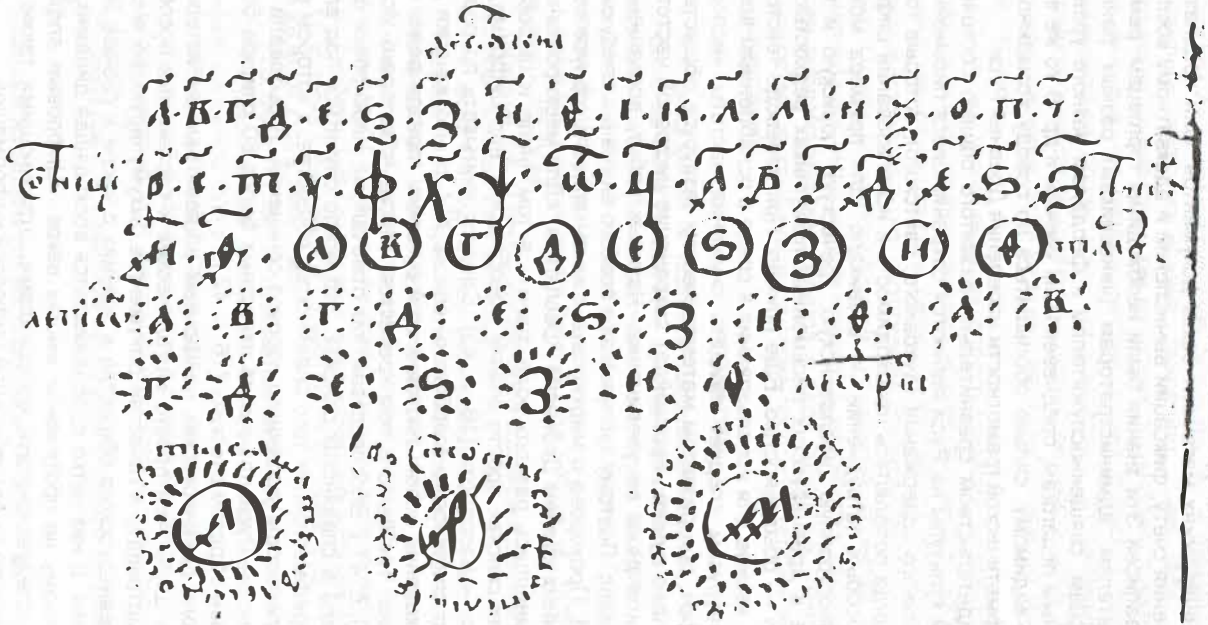

Рис. 2. «Цифровой алфавит» конца XV – начала XVI вв.
с изображением огромных чисел 10-ть в 13-ой, 15-ой и 18-ой степенях
в виде сложных круговых «эмблем».

Как уже отмечалось, «цифровые алфавиты» — наиболее распространенный вид древнерусских математических документов. Они предназначались для обучения счету, фиксации вычислений и адекватному восприятию числовых записей Эти знания были необходимы торговцам, ремесленникам, строителям, администраторам (чиновникам) разных рангов, писцам, летописцам, священнослужителям и феодалам разного уровня, профессиональным педагогам, средневековым ученым и др. В то же время не стоит, по-видимому, сильно обольщаться по поводу возможности поголовной арифметической грамотности населения Древней Руси.

Главным свидетельством сравнительно развитого общего состояния арифметической культуры на Руси являются сохранившиеся письменные памятники различного содержания (духовного, светского), которые говорят о том, что когда появлялась необходимость в использовании цифрового «языка», особых затруднений не возникало. Для примера можно сослаться на иностранную (неславянскую: греческую, тюркскую и пр.) речь. Она была в древнерусских письменных памятниках редкостью, а числовая «речь» — обыденностью. Еще пример. При переводе текстов с греческого и др. языков для использования в среде с ослабленным арифметическим тезаурусом следует ожидать снижения частоты числовых записей. Наоборот, при развитом математическом тезаурусе общественного сознания, надо думать, произойдет сохранение цифровой частотности оригинала или даже ее увеличение. Научных работ, посвященных этому вопросу, мало. Поэтому заслуживают особого внимания следующие наблюдения Г.М. Прохорова о маркировке комментариев в корпусе сочинений, подписанных именем Дионисия Ареопагита: «Для маркировки комментариев применялись разного рода значки, в том числе и цифры. В ранних греческих списках просто значки преобладают над цифрами; во всех славянских — наоборот» (16, с. 43). Следует учитывать по поводу самого древнего славянского (сербского) списка XIV в., что «значки для маркировки толкований используются в этой рукописи гораздо реже, чем цифры (возможно, так было в том греческом списке, с которого Исайя переводил)» (16, с. 45). Впоследствии, как отмечалось, маркировка цифрами возобладала в славянских списках. Это могло случиться под влиянием высокой арифметизации того славянского общества, в котором распространялись переводы указанного корпуса сочинений. А бытовали они преимущественно на Руси, так как из известных более 60 списков большинство «главным образом русских» (16, с. 42).

Вероятно, роль древнерусских «цифровых алфавитов» как исторических источников шире, чем просто методических и справочных пособий. Их можно рассматривать в качестве документов, аккумулирующих в себе потребности древнерусского общества в знаниях о числе в разные исторические периоды. В них четко прослеживается восходящая динамика от простого к сложному на протяжении многих веков. «Цифровые алфавиты», очевидно, следует считать материалами, отражающими также обратную связь, идущую от потребителей цифровой информации.

В этих источниках, возможно, отражено не только то, что их составители хотели дать древнерусскому обществу, но и ожидания последнего в конкретных информационных сведениях. Сам факт существования «цифровых алфавитов», как массовых документов, показывает, что представленные в них математические знания о числах были востребуемы древнерусским обществом. Следовательно, отраженный в «цифровых алфавитах» высокий уровень интеллектуальности, действительно можно считать присущим, если не всему населению Руси, то его какой-то значимой части.

Одним из проявлений интеллектуализации древнерусской культуры является формирование системы «буквенных цифр». Доставшаяся Руси в наследство от античности (через византийское посредство) нумерация совершенствовалась на протяжении средневекового и петровского времени. Одним из малоизученных, но важных аспектов этой позитивной модернизации было использование в разработке обозначений больших чисел эмблематических образов в виде сплошных, точечных и лучевых окружностей, их комбинаций, а также простых и усложненных прямоугольных начертаний.

ЛИТЕРАТУРА

1. РГБ, фонд 354, № 14. Псалтырь с восследованием кон. XV - нач. XVI вв.
2. ***Симонов Р.А.*** О новом типе древнерусских обозначений больших чисел // Румянцевские чтения: Тезисы докладов и сообщений. М., 1996.
3. ***Спасский И.Г.*** Московский «корабельник» XV века // Труды Государственного Эрмитажа. Л., 1981. Том 21.
4. ***Янин В.Л.*** Актовые печати Древней Руси X-XV вв. М., 1970. Том 2: Новгородские печати XIII-XV вв.
5. ***Симонов Р.А.*** О начальном варианте «Цифирной счетной мудрости» // Букинистическая торговля и история книги. М., 1992. Вып. 2.
6. РГБ, фонд 173.I, № 103, Круг миротворный кон. XVI - сер. XVII вв.
7. ***Юшкевич А.П.*** История математики в России до 1917 года. М., 1968.
8. Древняя Русь: пересечение традиций. М., 1997.
9. ***Симонов Р.А.*** Астрологический «вечный календарь» в русской рукописи конца XV - начала XVI в. // Букинистическая торговля и история книги. М., 1995. Вып. 5.
10. ***Гнеденко Б.В.*** Очерки по истории математики в России. М., 1946.
11. История отечественной математики: В 4-х томах. Том 1: С древнейших времен до конца XVIII в. Киев, 1966.
12. РГБ, фонд 178, № 532, Арифметика конца XVII в.
13. Государственный Исторический Музей. Уваровское собрание, № 762, Арифметика начала XVIII в.
14. РГБ, фонд 726, № 2, Сборник 30-х. гг. XVII. в.
15. ***Симонов Р.А.*** «Великое число» в русской арифметической рукописи XVI века из собрания проф. И. К. Андронова // Вопросы истории физико-математических наук. Тамбов, 1971.
16. ***Прохоров Г.М.*** Памятники переводной и русской литературы XIV-XV вв. Л., 1987.

* * *

Статья написана по материалам доклада, читанного на XII Международной генеалого-геральдической научной конференции. Москва, 20 ноября 1999 г.